|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 組 | 番 |  |

**【気体分子のエネルギー分布関数を考える】**

**背景**

気体分子は、頻繁に互いに衝突しているが衝突では運動エネルギーと運動量が保存する。そのため、衝突によって相対速度の向きが変わるとエネルギーがやり取りされる。したがって気体分子のエネルギーは１つの値になっているわけではなく、ある程度の範囲に拡がっていると考えられる。そこで運動エネルギーが*x*の気体分子の存在率を表す関数*f*(x)を求めることを考えてみる。

**エネルギー分布関数が満たすべき関係**

エネルギー*x*の分子Aとエネルギー*y*の分子Bが衝突する確率は、それぞれのエネルギーを持った分子が存在する確率をかけあわせた値*f*(*x*)×*f*(*y*)に比例するだろう。この確率で、エネルギー*x*の分子が一つ減り、エネルギー*y*の分子も１つ減る。しかし、膨大な分子同士の衝突で、全体としては各エネルギーの分子の数は変わらず一定になっていると考えられる。そのためには、同じ*f*(*x*)×*f*(*y*)の確率で*z+w=x+y*を満たすエネルギー*z*の分子Cとエネルギー*w*の分子Dが衝突して、エネルギー*x*と*y*の分子がそれぞれ１つずつ増えているはずである。この衝突の確率は*f*(*z*)×*f*(*w*)に比例するので、*f*(*x*)は次のような性質を持つ関数だと考えられる。

*f*(*x*)×*f*(*y*)= *f*(*z*)×*f*(*w*) （ただし*x+y=z+wを*満たす全ての*x,y,z,w*に対して）

具体的な例として、同じエネルギ*x*を持った分子が90度の角度で衝突した後、共に同じ方向に飛んだ場合は、エネルギー保存則と運動量保存則を連立して解くと、一方が静止してエネルギー0になりもう一方がエネルギー2*x*になることがわかる。この例を代入すると

*f*(*x*)×*f*(*x*)=*f*(0)×*f*(2*x*)

となる。

両辺を*f*(0)2で割って*F*(*x*)=*f*(x)/*f*(0)という関数を考えると

***F*(*x*)2=*F*(2*x*)・・・（＊）**

となるので、この性質（＊）を満たす関数*F*(*x*)をまず探すことにしよう。

また、*F*(*x*)はもとの*f*(*x*)が確率を表すので1より小さい関数である。0<*x*<∞の範囲で考えると*x*の減少関数でないと*x=*∞で都合が悪そうである。

**課題**　（＊）を満たす*F*(*x*)はどのような関数か。

|  |
| --- |
|  |